

Uniped, årg. 38, nr. 4-2015, s. 303–310  
ISSN online: 1893-8981

FAGFELLEVDERT ARTIKKEL

# Integrasjon av beregninger i fysikkundervisningen

Anders Malthe-Sørensen  
Professor  
Fysisk Institutt  
Universitetet i Oslo  
malthe@fys.uio.no

Morten Hjorth-Jensen  
Professor  
Fysisk Institutt, Universitetet i Oslo  
Department of Physics and Astronomy Michigan State University, USA  
mhjensen@fys.uio.no

Hans Petter Langtangen  
Senterleder  
Center for Biomedical Computing  
Simula Research Laboratory  
Institutt for Informatikk  
Universitetet i Oslo  
hpl@simula.no

Knut Mørken  
Professor  
Matematisk Institutt  
Universitetet i Oslo  
knutm@math.uio.no

## SAMMENDRAG

Beregninger har blitt et grunnleggende verktøy i utøvelsen av fysikkfaget både i forskning og industri, men det har tradisjonelt ikke vært en integrert del av undervisningens innhold eller form i fysikk. Vi har integrert beregninger i utdanningen fra første dag, og det gjør det mulig for oss å legge om hvordan vi underviser de grunnleggende fysikkfagene. Vi kan nå i større grad la studentene arbeide med realistiske, anvendte problemstillinger tidlig i studiet, og vi kan la studentene lære gjennom den samme arbeidsflyten som karakteriserer den profesjonelle utøvelsen av faget. Dette åpner for en rekke nye pedagogiske angrepsmåter som aktiviserer både studenter og undervisere, og det gjør det også mulig å la studentene ta del i faktiske forskningsprosjekter tidlig i utdanningsløpet. Vi presenterer her eksempler på implementasjon og gjennomføring av kurs hvor beregninger er integrert i hele kurset, i studier av studentenes læringsprosess, og i erfaringer med studentdeltakelse i forskningsprosjekter allerede i andre studiesemester.

## Nøkkelord

læring, realfag, beregninger, studentaktivitet, undervisningspraksis, interdisciplinaritet

  
UNIVERSITETSFORLAGET

 idunn.no  
Nordiske tidsskrifter på nett

This article is downloaded from [www.idunn.no](http://www.idunn.no). © 2015 Anders Malthe-Sørensen, Morten Hjorth-Jensen, Hans Petter Langtangen og Knut Mørken. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons CC-BY 4.0 License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), allowing third parties to copy and redistribute the material in any medium or format and to remix, transform, and build upon the material for any purpose, even commercially, provided the original work is properly cited and states its license.

## ABSTRACT

Computing is now a fundamental tool of physics, applied in both research and industry, but computing has not been an integrated part of either the contents or the form of the traditional physics education. We have integrated computing in the education from day one. This allows us to make fundamental changes in how and what we teach in the basic physics courses. The students can now work with realistic, applied problems to a large degree early in their education, and they learn to apply a problem-solving workflow that closely reflects realistic workflows they will meet in research or industry. This change in curriculum also allows for a series of new pedagogical approaches which involves both students and teachers more actively, and it allows students to participate in real research projects early in their studies. Here, we present examples of how this change in curriculum is implemented and realized in courses where computing is integrated into the course curriculum; we present studies of the students' learning process, and we present experience from student participation in research projects as early as their second semester.

### Keywords

learning, science, computing, student-active, teaching practice, interdisciplinarity.

## INNLEDNING

En eksplosiv vekst i regnekraft har endret nær alle fagområder, og endringene vil bli enda større ettersom anvendelsene av regnekraften sprer om seg (Brynjolfsson & McAfee, 2011). En vanlig laptop – som de fleste studenter har – er like kraftig som en superdatamaskin var for ti år siden, slik at beregninger som før var nær umulige nå er gjennomførbare for enhver. Nesten ethvert vitenskapelig eller industrielt prosjekt vil i dag ha en vesentlig beregningskomponent. Dette gjelder innen fag som astronomi, geofag, materialvitenskap og biofag, og innen ethvert aspekt av fysikk. Men denne utviklingen reflekteres ikke i fysikkutdanningen. En undersøkelse av arbeidsoppgavene til nylig utdannede fysikkstudenter ved NTNU (Stormo, 2009) viser at beregninger utgjør en viktig del oppgavene, men at studiet i liten grad har gitt studentene en tilstrekkelig bakgrunn innen beregninger.

Dette bør bekymre oss som utvikler utdanning. Vi ønsker å utdanne studenter for en 40-årig yrkeskarriere, men de mangler grunnleggende kunnskaper som er nødvendige allerede fra dag en. Dog har det vært en stor aktivitet innen forskning på hvordan vi lærer fysikk. Denne aktiviteten har gitt store fremskritt i forståelsen av hva som virker i fysikkutdanningen (Deslauriers, Schelew, & Wieman, 2011), men den har vært rettet mot undervisningens form og ikke mot utdanningens innhold.

En moderne fysikkutdanning må ha et beregningsperspektiv. Målet er ikke å utdanne informatikere, men å integrere beregninger i utøvelsen av faget slik at

vi utdanner beregningskyndige fagpersoner. Beregninger brukes i dag som en integrert del av utøvelsen av faget, og målet er at den samme integrasjonen reflekteres i utdanningen, slik at studentene bruker beregninger like naturlig som de i dag bruker tradisjonell matematikk. For å sikre dette bør beregninger integreres i alle fag, slik at studentene anvender beregninger regelmessig gjennom hele studiet.

Integrasjon av beregninger vil også kunne gi en rekke pedagogiske fortrinn. Fysikk, og andre realfag, har betydelige utfordringer med motivasjon og frafall. Ved integrasjon av beregninger kan vi innføre realistiske og forskningsnære problemer tidlig i studiet – aspekter som har vært etterspurt av studenter (Seymour, 2000) – og vi kan gi studentene mer robuste strategier for problemløsning, som er mer lik den de vil møte i forskning og industri. Et beregningsperspektiv kan også forenkle fremstillingen av faget og vekke til live den undringen som kanskje trakk mange til dette faget i utgangspunktet.

I denne artikkelen vil vi komme med eksempler på hvordan beregninger kan integreres i fysikk-utdanningen, hvilke pedagogiske gevinster det kan gi, og dele erfaringer fra integrasjon av beregninger. Artikkelen tar først for seg oppbyggingen av fysikkutdanningen ved Universitetet i Oslo. Deretter diskuterer vi eksempler, erfaringer, og konsekvenser for fremtidig utvikling av utdanningen.

## OPPBYGNING AV EN FYSIKKUTDANNING

Fysikkstudiet ved Universitetet i Oslo er illustrert i *Tabell 1*. Utdanningen har hatt denne oppbyggingen siden 2003, men i 2007 ble det første informatikk-kurset omgjort til et kurs med direkte relevans for realfagene. Studiet har en metodepakke som består av tre kurs i første semester, to kurs i andre semester, og ett kurs i tredje semester. Alle disse metodekursene har integrert beregninger i pensum, og de legger grunnlaget for videre bruk av beregninger i andre fag.

**TABELL 1.** Oppbygging av studiet i fysikk (FAM) ved Universitet i Oslo de første 3 semestrene.

3. sem.	MAT1120: Lineær algebra	Valgfritt emne	FYS1120: Elektromagnetisme
2. sem.	MAT1110: Kalkulus og lineær algebra	MEK1100: Feltteori og vektoranalyse	FYS-MEK1110: Mekanikk
1. sem.	MAT1100: Kalkulus	MAT-INF1100: Modellering og beregninger	INF1100: Grunnkurs i programmering

### Programmering og beregninger i det første semesteret

Spesielt det første semesteret er godt integrert. Kurset MAT1100 gir det matematiske grunnlaget gjennom grunnleggende kalkulus, dette følges opp av de tilsvarende numeriske metodene i MAT-INF1100, og deretter lærer studentene

å implementere problemene i et konkret programmeringsspråk i INF1100. Sammenhengen mellom fagene kan illustreres av eksempelet i *Tabell 2*.

**TABELL 2.** Integrasjon av undervisning av den deriverte på tvers av kurs i første semester.

Uke 1: Den deriverte defineres i MAT1100	Uke 2: Den numerisk deriverte innføres i MAT-INF1100	Uke 3: Den deriverte implementeres i Python i INF1100
$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right)$	$\frac{df}{dx} = \left( \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right) + O(\Delta x^2)$	<pre>def dfdx(f, x, dx=1E-5):     return (f(x+dx) - f(x))/dx</pre>

Det er vår erfaring at denne måten å undervise på gir en dypere forståelse for de matematiske konseptene, samtidig som det gir en mer anvendbar kunnskap. Dog gjør det ikke innholdet enklere, da kobling av de samme begrepene på tvers av fag stiller større krav til abstraksjon.

Programmering er en grunnferdighet og en grunnleggende tenkemåte som støtter opp og utvider de matematiske tankemåter, men den krever mye øvelse for å mestres. Vår erfaring er derfor at programmering bør tidlig inn i utdanningsløpet og deretter øves kontinuerlig. For å sikre en god integrasjon ble det utviklet et nytt tilpasset læreverv i programmering og fysikk (Langtangen, 2009; Malthe-Sørensen, 2015).

### Fysikk, matematikk og programmering i senere semestre

Hensikten med den videre oppbygningen av programmet er at ferdigheter fra metodefagene integreres og gjentas i fysikkfagene. Dette er et stort utviklingsløp, og vi har foreløpig kun fullført en god integrasjon i noen få emner. Det er flere emner som har noen elementer av beregninger – enkelte eksempler og enkelte oppgaver som gir noe øving i beregninger – men dette tar ikke i bruk hele spekteret av muligheter som en integrasjon av beregninger gir.

### EKSEMPLER PÅ INTEGRASJON AV BEREGNINGER I MEKANIKK

Faget FYS-MEK1100 gis i andre semester på Universitetet i Oslo og dekker en grunnleggende introduksjon i Newtonsk mekanikk. Tilsvarende kurs finnes på nær alle universiteter i hele verden, og pensum, eksempler, oppgaver og lærebøker er godt utviklet over lang tid. Kurset inneholder bruken av kalkulus, spesielt løsning av differensiallikninger, til å løse problemer i mekanikk – et emne som er velegnet for integrasjon av beregninger. Vi har utviklet et kurs med full integrasjon av beregninger, og har gjennom dette arbeidet gjort en rekke erfaringer som har generell pedagogisk interesse:

### Robust problemløsning

Mekanikk har en lang tradisjon som spenner helt tilbake til Newton, med eksempler og oppgaver som er godt utviklet. Grunninnholdet i kurset er anven-

delsen av Newtons andre lov, som sier at akselerasjonen til et legeme er gitt av summen av kreftene. Gjennom kalkulus har man lært metoder til å finne bevegelsen til et legeme gitt en akselerasjon, og i mekanikk lærer man hvordan dette kan anvendes på fysikkproblemer. Utfordringen i undervisningen ligger i at det kun er svært få realistiske problemer som kan løses uten bruk av datamaskinberegninger. Tradisjonelt har faget vært bundet av hva som kan løses uten beregninger, og det har gjort at man har utviklet en rekke problemer som kan løses, men som ofte mangler realisme. Dessuten er problemstillingene ofte marginalt løsbare: kun en liten endring i formuleringen av problemet gjør det uløselig med de analytiske (ikke beregningsmessige) metodene studentene mestrer. Den analytiske løsningen er ofte særtilfeller som ikke kan generaliseres. Dette kan være frustrerende for studenten, fordi hun må følge et svært smalt spor gjennom en jungel av vanskeligheter som hun ikke har oversikt over. Valget av spor er dessuten ofte vanskelig å motivere overfor studenten, fordi det er basert på erfaring og ikke på prinsipper som er overførbare – man velger en bestemt metode fordi man allerede vet at den fører fram basert på lang tids prøving og feiling.

Heldigvis finnes det en enkel løsning på dette problemet – ved å gi slipp på kravet om at problemer skal være analytisk løsbare, og i stedet se på problemer som også kan løses ved datamaskinberegninger. Det krever en litt annen fremstilling av pensum, men det gir en helt robust løsningsmetode som studentene kan anvende og som alltid virker. Den tradisjonelle fremstillingen av emnet følger hvilke problemer som kan løses analytisk og løsningsmetodene for disse. Den nye fremstillingen, hvor beregninger er integrert, følger en oppdeling av stoffet i forskjellige lover for vekselvirkninger – kraftlover – hvor problemene kan løses uavhengig av om de resulterende likningene er løsbare. Dette gir studentene et mer robust verktøy som er generaliserbart, det lar studentene se på mer realistiske problemstillinger, og det gir en mer naturlig fremstilling av faget.

### **Teorifremstilling som tar utgangspunkt i realistiske data**

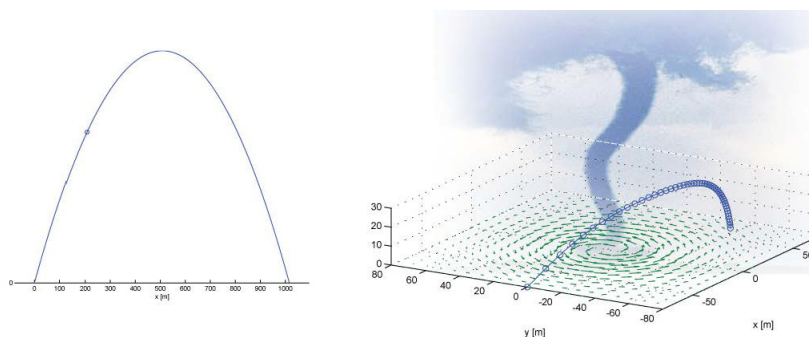
Ved integrasjon av beregninger kan utledninger og teori motiveres ut fra realistiske data. For eksempel kan vi lære studentene om bevegelse ved å se på løpet til Usain Bolt i OL i Beijing. For dette løpet finnes det et datasett tilgjengelig som gir posisjon som funksjon av tid. Vi kan bruke dette datasettet til å innføre begrepene hastighet og akselerasjon, og deretter kan vi analysere akselerasjonen til Bolt gjennom hele løpet. Vi binder denne analysen sammen med fysikkforståelsen ved å utvikle en realistisk modell for løpet basert på et sett med kraftlover som tar hensyn til luftmotstand, overgang fra sammenkrøpet start til fullt utstrakt posisjon og til fysisk utmattelse. Modellen kan løses numerisk og sammenliknes med data, og modellen kan forenkles og løses analytisk. Det gir en arbeidsprosess som er lik den fysikere bruker når de angriper problemstillinger i realistiske situasjoner.

Som et annet eksempel på bruk av data, kan studentene lære om planetbevegelse ved å laste ned data fra NASA, analysere dataene for å finne Newtons gravitasjonslov, og deretter anvende Newtons gravitasjonslov til å studere planetbevegelser mer generelt. Hvis man starter med Newtons gravitasjonslov og beregner banen til et legeme numerisk, vil man vanligvis finne en elliptisk bane eller en hyperbolsk bane som unnslipper gravitasjonsfeltet. Det er kun for et helt bestemt valg av startbetingelser at man får en sirkelbane – som er den man enkelt kan analysere analytisk. Ved å starte med data og anvende beregninger lærer studentene derfor en realistisk, generell arbeidsflyt, i stedet for å begynne fra en kunstig antagelse om at planetene går i sirkelbane.

De viktigste aspektene ved denne tilnærmingen er: at studentene opplever fysikk som et kraftig, anvendbart verktøy; de lærer en realistisk arbeidsflyt som de vil ha nytte av senere; og de kan tidligere arbeide med realistiske problemstillinger, noe de finner motiverende og inspirerende.

### Læring gjennom samarbeid og diskusjon

Et annet klassisk eksempel fra fysikk er studiet av banen til en kanonkule uten luftmotstand – en parabelbane. Eksempelen har en lang tradisjon og illustrerer hvor ofte et problem forenkles ned – og forbi – de enkleste komponentene. Men de samme læringsmålene kan studentene også oppnå ved å se på en modifisert versjon av eksempelet – ved å beregne banen til en probe skutt gjennom en tornado (se *Figur 1*). Hastighetsfeltet til tornadoen er oppgitt, men hver student må selv utvikle en modell og modellere banen til proben. Men det viktigste elementet i læringen oppstår når studentene sitter ved siden av hverandre mens de løser problemet. Alle studentene vil da få litt forskjellige resultater fordi de velger forskjellige elementer i teorien og forskjellige startpunkter for proben. Når en student sammenlikner sine resultater med resultatene til sidemannen må de avgjøre hvorvidt forskjellene skyldes feil eller forskjeller i modellene – og i den diskusjonen blir studenten nødt til å anvende og formulere sine fysikkargumenter. Denne formuleringen kan være et sentralt element i å bygge opp de konseptene som danner grunnlaget for en fysikkforståelse (Sørby & Angell, 2012).



Figur 1. Illustrasjon av den klassiske kulebane og banen til en probe som skytes gjennom en tornado. De underliggende likningene er felles, men for en tornado kan man kun løse problemet med beregninger.

### Algoritmisk formulering gir forståelse

I mekanikk-kurset ber vi ofte studenten om å skrive et program som finner løsningen på et bestemt problem. For velvalgte problemer vil det tvinge studenten til å formulere sin fysikkforståelse og til å omforme forståelsene til et konkret sett med algoritmiske steg. Denne prosessen har mye til felles med det å forklare løsningen for en annen student – en prosess som har vist seg viktig for å bygge god fysikkforståelse (Deslauriers et al., 2011; Mazur, 1996). Det vil også få studenten til å konfrontere sin egen manglende forståelse: Ofte er forståelsen kun en illusjon som avsløres når studenten må gjøre forståelsen om til en algoritme.

Et eksempel på dette er å be studenten lage et program som finner bevegelsen til et legeme som blir påvirket av en friksjonskraft. Den klassiske friksjonsloven skiller mellom statisk friksjon og dynamisk friksjon. Dynamisk friksjon er enkel å implementere i et program, men for å implementere statisk friksjon og spesielt overgangen fra dynamisk friksjon til statisk friksjon, må man grundig tenke igjennom og forstå de underliggende fysiske konseptene. I et slikt tilfelle vil det å formulere en algoritme gi studentene en mer generell innsikt i friksjon enn den man får gjennom enkeltoppgaver.

### Forskningsnære problemer og deltagelse i forskning

Integrasjon av beregninger gir studenten praktiske, operative ferdigheter som gjør at de kan arbeide med forskningsnære problemstillinger og gi verdifulle bidrag inn i forskningsprosjekter. Gjennom å lage godt tilrettelagte problemstillinger, god instruksjonsbasert veiledning og langsiktig oppfølging, kan studentene delta som fullverdige medlemmer i forskningsgrupper allerede tidlig i Bachelor-graden, med muligheter til å delta i fullverdige publikasjoner som demonstrert i Trømborg et al. (2014).

### ERFARINGER OG LÆRINGSUTBYTTE

Undersøkelser av studentenes læring i FYS-MEK1100 (Sørby & Angell, 2012) viser at studentene ofte inntar en egen «modelleringstilstand» når de programmerer. Det gjør at det kan være en utfordring å koble sammen matematiske, fysiske og programmeringsmessige aspekter ved problemstillingen. Studentene har en tendens til å tenke på hvert problem for seg, og for eksempel ikke bruke fysisk intuisjon til å tolke og rette programmene. Bedre tilrettelegging av oppgaver, med større vekt på kryss-koblinger i oppgavestillingene kan bedre dette. Bruk av beregninger ser også ut til å gi bedre modell-forståelse og flere muligheter til å kunne utforske modeller utenfor det område de er beregnet for – slik at studentene også får en opplevelse av oppdagelse og eksperimentering.

Eksamensordninger som integrerer bruk av beregninger kan være svært gode til å vurdere studentenes fagforståelse. Dette kan for eksempel gjøres ved å be studenten skrive et program som finner svar på en oppgave. I mekanikk er det like enkelt å se om en student kjenner forskjellen på en skalar og en vektor i en



matematisk formulering av problemet som i et program som løser problemet. Men et program vil også vise om studenten skjønner et bredere sett med aspekter ved modellen. For eksempel vil en modell av et tau kunne ha forskjellige oppførsel om tauet strekkes eller presses sammen og denne forskjellen kommer klart til syne når studenten formulerer forståelsen i et program.

Lærere som har arbeidet med integrasjon av beregninger har erfart at det er viktig å ha en separat innføring i programmering før det anvendes i andre fag, fordi det erfaringsmessig er mer enn dobbelt så vanskelig å lære to ting samtidig som å kun lære fysikken i et kurs: Dessuten viser det seg at lengre case-oppgaver med beregninger ofte bidrar til å bygge et positivt læringsmiljø med gode diskusjoner mellom studenter og mellom student og lærer. Det ser ut til å være lettere å spørre en lærer om programmering og implementasjon enn om fysikk, men alle spørsmål leder likevel til gode fysikk-diskusjoner som gir godt læringsutbytte for studentene (Deslauriers et al., 2011; Mazur, 1996).

## KONKLUSJONER

Det finnes svært gode pedagogiske og faglige argumenter for å integrere beregninger i fysikkstudiet – og trolig i ethvert annet studium som har en matematisk komponent. Integrasjon av beregninger endrer perspektivet fra form til innhold og gir en nødvendig modernisering av innholdet i fysikkfaget. Det gir studentene verktøy som lar dem føle anvendbarheten i faget; det gjør det mulig å legge inn realistiske og anvendte problemstillinger; det motiverer et høyt abstraksjonsnivå og overførbare ferdigheter; det motiverer og inspirerer studentene selv om det kan kreve mer innsats; og det gir muligheter for fysikk-diskusjoner mellom studentene. Den største utfordringen er i dag en mangel på godt læringsmaterieell og gode eksempler – en utfordring som krever et vesentlig løft, men som også er en inspirerende reise å legge ut på for den enkelte underviser med ambisjoner.

## LITTERATUR

- Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2011). *Race against the machines*. Boston: Digital Frontier Press.
- Deslauriers, L., Schelew, E., & Wieman, C. (2011). Improved learning in a large-enrollment physics class. *Science*, 332, 862–864.
- Langtangen, H. P. (2009). *A primer on scientific programming with python*. Berlin: Springer.
- Malthe-Sørenssen, A. (2015). *Elementary mechanics using Python*, Cham: Springer.
- Mazur, E. (1996). *Peer instruction: A user's manual*. Boston, MA: Addison-Wesley Publishing.
- Seymour E. (2000). *Talking about leaving: Why undergraduates leave the sciences*, Boulder: Westview Press.
- Stormo, A. (2009). *Integrering av numeriske beregninger i grunnleggende fysikk-kurs*. Trondheim: Masteroppgave, NTNU.
- Sørby, S., & Angell, C. (2012). Undergraduate students' challenges with computational modelling in physics. *NorDiNa: Nordic Studies in Science Education*, 8, 283–296.
- Trømborg, J. K., Sveinsson, H. A., Scheibert, J., Thøgersen, K., Amundsen, D. S., & Malthe-Sørenssen, A. (2014). Slow slip and the transition from fast to slow fronts in the rupture of frictional interfaces. *PNAS*, 111, 8764–8769.